

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Воткинский филиал
Федерального государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего образования
«Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова»
(ВФ ФГБОУ ВО «ИжГТУ имени М.Т. Калашникова»)



УТВЕРЖДАЮ

Директор

 /Давыдов И.А.

12 апреля 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Математический анализ

направление 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»

профиль «Автоматизированные системы обработки информации и управления»

уровень образования: бакалавриат

форма обучения: очная

общая трудоемкость дисциплины составляет: 5 зачетных единиц(ы)

Кафедра Естественные науки и информационные технологии

Составитель _____

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования и рассмотрена на заседании кафедры

Протокол от 12 апреля 2021 г. № 2

Заведующий кафедрой

 К.Б. Сентяков

12 апреля 2021 г.

СОГЛАСОВАНО

Количество часов рабочей программы и формируемые компетенции соответствуют учебному плану направления 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника», профиль «Автоматизированные системы обработки информации и управления»

Председатель учебно-методической комиссии по направлению 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника», профиль «Автоматизированные системы обработки информации и управления»

 К.Б. Сентяков

12 апреля 2021 г.

Руководитель образовательной программы

 К.Б. Сентяков

12 апреля 2021 г.

Аннотация к дисциплине

Название дисциплины	Математический анализ
Направление подготовки (специальность)	09.03.01 "Информатика и вычислительная техника"
Направленность (профиль/программа/специализация)	Автоматизированные системы обработки информации и управления
Место дисциплины	Обязательная часть Блока 1 «Дисциплины (модули)» ООП.
Трудоемкость (з.е. / часы)	5 з.е./180 часов
Цель изучения дисциплины	Освоение студентами знаний в области основ математического анализа, а также приемов и методов решения практических задач.
Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины	ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и инженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.
Содержание дисциплины (основные разделы и темы)	• Введение в математический анализ; • Дифференциальное исчисление функции одной переменной; • Исследование с помощью производных; • Неопределенный интеграл; • Определенный интеграл; • Функции нескольких переменных; • Элементы теории функций и функционального анализа.
Форма промежуточной аттестации	Экзамен

1. Цели и задачи дисциплины:

Целью освоения дисциплины является освоения студентами знаний в области основ математического анализа, а также приемов и методов решения практических задач.

Задачи дисциплины:

- изучение основных, фундаментальных понятий и методов математического анализа;
- обеспечение математическим аппаратом естественнонаучных, общепрофессиональных и специальных дисциплин;
- формирование навыков использования методов математического анализа для решения прикладных и научных задач.

2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины у студента должны быть сформированы **Знания, приобретаемые в ходе освоения дисциплины**

№ п/п З	Знания
1.	Знать основы математического анализа.

Умения, приобретаемые в ходе освоения дисциплины

№ п/п У	Умения
1.	Использовать методы и средства математического анализа для решения различных задач прикладного характера;
2.	Использовать методы математического анализа при изучении дисциплин математического, естественнонаучного и профессионального цикла;

Навыки, приобретаемые в ходе освоения дисциплины

№ п/п Н	Навыки
1.	Владеть навыками использования математического аппарата для моделирования и исследования технических задач.

Компетенции, приобретаемые в ходе освоения дисциплины

Компетенции	Индикаторы	Знания	Умения	Навыки
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1.Знать: основы математики, физики, вычислительной техники и Программирования ОПК-1.2.Уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования. ОПК-1.3.Владеть: навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности	1	1,2	1

3. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» ООП. Дисциплина изучается на 1 курсе в 1 семестре.

Изучение дисциплины базируется на знаниях, умениях и навыках, полученных при освоении дисциплин (модулей): математика (среднее (полное) общее образование).

Перечень последующих дисциплин (модулей), для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной (модулем): Интегралы и дифференциальные уравнения, Алгебра и геометрия.

4. Структура и содержание дисциплины

4.1. Структура дисциплины

№ п/ п	Раздел дисциплины. Форма промежуточной аттестации (по семестрам)	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы					Содержание самостоятельной работы
				лек	прак	лаб	КЧА	СРС	
1	Введение в математический анализ	28	1	8	8			12	Подготовка к устному опросу, подготовка типовых расчетов
2	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	26	1	6	8			12	Подготовка типовых расчетов
3	Исследование с помощью производных	24	1	4	8			12	Подготовка к контрольной работе
4	Неопределенный интеграл	22	1	6	8			8	Подготовка типовых расчетов
5	Определенный интеграл	20	1	4	8			8	Подготовка типовых расчетов
6	Функции нескольких переменных. Элементы теории функций и функционального анализа.	24	1	4	8			12	Подготовка к устному опросу, подготовка к контрольной работе
	Экзамен	36	1				0,4	35,6	Экзамен выставляется по совокупности результатов текущего контроля успеваемости и по билетам
	Итого:	180	1	32	48		0,4	96,6	

4.2. Содержание разделов курса и формируемых в них компетенций

№ п/п	Раздел дисциплины	Коды компетенции и индикаторов	Знания	Умения	Навыки	Форма контроля
----------	-------------------	--------------------------------	--------	--------	--------	----------------

1	Введение в математический анализ	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	1	1,2	1	Устный опрос
2	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	1	1,2	1	Типовой расчет
3	Исследование с помощью производных	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	1	1,2	1	Контрольная работа.
4	Неопределенный интеграл	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	1	1,2	1	Типовой расчет
5	Определенный интеграл	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	1	1,2	1	Типовой расчет
6	Функции нескольких переменных. Элементы теории функций и функционального анализа.	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	1	1,2	1	Устный опрос

4.3. Наименование тем лекций, их содержание и объем в часах

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование лекций	Трудоемкость (час)
1.	1	1. Аксиомы множества действительных чисел. Расширенное множество действительных чисел. Верхняя и нижняя грани числового множества. Свойство Архимеда. Лемма о вложенных отрезках. 2. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. 3. Монотонные последовательности. Теоремы существования предела последовательности. Второй замечательный предел. Критерий Коши. 4. Предел функции в точке (по Коши, по Гейне). Теоремы существования предела функции. Эквивалентные бесконечно малые функции и их свойства.	2 2 2 2
2.	2	1. Непрерывность функции в точке. Условие необходимое и достаточное непрерывности функции в точке. Классификация точек разрыва. Свойства функций, непрерывных на отрезке. 2. Дифференцируемость функции в точке. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции. Дифференцирование сложных и обратных функций. Дифференциал функции. 3. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Теорема Ролля, Лангранжа, Коши. 4. Правила Лопиталя. Формулы Тейлора-Маклорена. Разложение некоторых элементарных функций по формуле Маклорена.	2 2 1 1
3.	3	1. Экстремум функции. Необходимые и достаточные условия существования экстремума функции по n-ой производной. 2. Выпуклость графика функции. Точки перегиба графика функции. Условия необходимые и достаточные точки перегиба. Асимптоты графика функции.	2 2

4.	4	1. Первообразная. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Табличные интегралы. Теорема о замене переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. 2. Элементарные дроби и их интегрирование. Метод Лангранжа. Интегрирование простейших иррациональностей. 3. Теорема Чебышева. Интегрирование рациональных выражений относительно синуса и косинуса. Тригонометрические подстановки. "Не берущиеся" интегралы.	2 2 2
5.	5	1. Интеграл по Риману. Теоремы существования определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. 2. Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства. Формула	1
		Ньютона-Лейбница. Теорема о замене переменной в определенном интеграле. Теорема о среднем. 3. Приложения определенного интеграла. Вычисление площадей плоских фигур, длин дуг и объемов тел вращения.	2 1
6.	6	1. Линейное пространство. Евклидово пространство E_n . Метрическое пространство. Множества точек в пространстве E_n . Сходящиеся последовательности. 2. Функция нескольких переменных (основные понятия). Множества уровня. Предел функции нескольких переменных. Непрерывность функции нескольких переменных. 3. Частные производные функции нескольких переменных. Дифференцируемость. Условия необходимые и достаточные дифференцируемости функции нескольких переменных. 4. Дифференцирование сложных функций нескольких переменных. Дифференциал и его свойства. Производная по направлению, градиент. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. 5. Дифференцирование неявных функций нескольких переменных. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. 6. Экстремум функции нескольких переменных. Условия необходимые и достаточные существования экстремума. Условный экстремум функции нескольких переменных. Метод неопределенных множителей Лангранжа.	0,5 1 1 0,5 0,5 0,5
	Всего		32

4.4. Наименование тем практических занятий, их содержание и объем в часах

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование практических работ	Трудоемкость (час)
1.	1	1.1. Аксиомы множества действительных чисел. Расширенное множество действительных чисел. Верхняя и нижняя грани числового множества. Свойство Архимеда. Лемма о вложенных отрезках.	2
		1.2. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.	2
		1.3. Монотонные последовательности. Теоремы существования предела последовательности. Второй замечательный предел. Критерий Коши.	2
		1.4. Предел функции в точке (по Коши, по Гейне). Теоремы существования предела функции. Эквивалентные бесконечно малые функции и их свойства.	2

2.	2	2.1.Непрерывность функции в точке. Условие необходимое и достаточное непрерывности функции в точке. Классификация точек разрыва. Свойства функций, непрерывных на отрезке.	2
		2.2.Дифференцируемость функции в точке. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции. Дифференцирование сложных и обратных функций. Дифференциал функции.	2
		2.3.Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Теорема Ролля, Лангранжа, Коши.	2
		2.4.Правила Лопиталья. Формулы Тейлора-Маклорена. Разложение некоторых элементарных функций по формуле Маклорена.	2
3.	3	3.1.Экстремум функции. Необходимые и достаточные условия существования экстремума функции по n-ой производной.	4
		3.2.Выпуклость графика функции. Точки перегиба графика функции. Условия необходимые и достаточные точки перегиба. Асимптоты графика функции.	4
4.	4	4.1.Первообразная. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Табличные интегралы. Теорема о замене переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям.	3
		4.2.Элементарные дроби и их интегрирование. Метод Лангранжа. Интегрирование простейших иррациональностей.	3
		4.3.Теорема Чебышева. Интегрирование рациональных выражений относительно синуса и косинуса. Тригонометрические подстановки. "Не берущиеся" интегралы.	2
5.	5	5.1.Интеграл по Риману. Теоремы существования определенного интеграла. Свойства определенного интеграла.	3
		5.2.Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства. Формула НьютонаЛейбница. Теорема о замене переменной в определенном интеграле. Теорема о среднем.	3
		5.3.Приложения определенного интеграла. Вычисление площадей плоских фигур, длин дуг и объемов тел вращения.	2
6.	6	6.1.Линейное пространство. Евклидово пространство E_n . Метрическое пространство. Множества точек в пространстве E_n . Сходящиеся последовательности.	1
		6.2.Функция нескольких переменных (основные понятия). Множества уровня. Предел функции нескольких переменных. Непрерывность функции нескольких переменных.	2
		6.3.Частные производные функции нескольких переменных. Дифференцируемость. Условия необходимые и достаточные дифференцируемости функции нескольких переменных.	2
		6.4.Дифференцирование сложных функций нескольких переменных. Дифференциал и его свойства. Производная по направлению, градиент. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.	1
		6.5.Дифференцирование неявных функций нескольких переменных. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.	1
		6.6.Экстремум функции нескольких переменных. Условия необходимые и достаточные существования экстремума. Условный экстремум функции нескольких переменных. Метод неопределенных множителей Лангранжа.	1
	Всего		48

5. Оценочные материалы для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине

Для контроля результатов освоения дисциплины проводятся: –
контрольные работы:

1. "Дифференцирование"

2. "Интегралы"

– защиты типовых расчетов:

1. «Пределы»

2. «Дифференцирование»

- самостоятельная работа по теме; –
экзамен.

Примечание: оценочные материалы (типовые варианты тестов, контрольных работ и др.) приведены в приложении к рабочей программе дисциплины.

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины – экзамен.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

а) основная литература:

1. Балабаева, Н. П. Математический анализ. Функции многих переменных [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н. П. Балабаева, Е. А. Энбом. — Электрон. текстовые данные. — Самара : Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2015. — 119 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71852.html>

2. Рогова, Н. В. Математический анализ. Часть 2. Интегральное исчисление [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н. В. Рогова, Л. А. Соловьева, О. В. Старожилова. — Электрон. текстовые данные. — Самара : Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017. — 225 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/75384.html>

б) дополнительная литература:

1. Задачи и упражнения по математическому анализу и дифференциальным уравнениям [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. В. Власов, С. И. Митрохин, А. В. Прошкина [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — Москва, Саратов : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Вузовское образование, 2017. — 376 с. — 978-5-4487-0077-4. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/67393.html>

в) перечень ресурсов информационно-коммуникационной сети Интернет

1. Электронно-библиотечная система IPRbooks <http://istu.ru/material/elektronno-bibliotechnayasistema-iprbooks>.
2. Электронный каталог научной библиотеки ИжГТУ имени М.Т. Калашникова Web ИРБИС http://94.181.117.43/cgi-bin/irbis64r_12/cgiirbis_64.exe?LNG=&C21COM=F&I21DBN=IBIS&P21D BN=IBIS.
3. Национальная электронная библиотека – <http://нэб.рф>.
4. Мировая цифровая библиотека – <http://www.wdl.org/ru/>.
5. Международный индекс научного цитирования Web of Science – <http://webofscience.com>.
6. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU – <https://elibrary.ru/defaultx.asp>.
7. Справочно-правовая система КонсультантПлюс <http://www.consultant.ru/>

г) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- 1 LibreOffice (свободно распространяемое ПО)
- 2 Doctor Web (лицензионное ПО)

д) методические указания:

1. Индивидуальные задания по высшей математике: учеб. пособие. В 4 ч. Ч. 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной / А. П. Рябушко [и др.] ; под общ. ред. А. П. Рябушко. – 7-е изд. – Минск : Выш. шк., 2013. – 304 с. : ил.
2. Индивидуальные задания по высшей математике: учеб. пособие. В 4 ч. Ч.2. Комплексные числа. Неопределенные и определенные интегралы. Функции нескольких переменных.

Обыкновенные дифференциальные уравнения / А. П. Рябушко [и др.] ; под общ. ред. А. П. Рябушко. – 6-е изд. – Минск : Выш. шк., 2014. – 396 с. : ил.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

1. Лекционные занятия.

Учебные аудитории для лекционных занятий укомплектованы мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

2. Практические занятия.

Учебные аудитории для практических занятий укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

3. Самостоятельная работа.

Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и доступом к электронной информационно-образовательной среде ВФ ФГБОУ ВО «ИжГТУ имени М.Т. Калашникова»:

- помещения для самостоятельной работы обучающихся (ауд.№ 224, адрес: 427430, Удмуртская Республика, г. Воткинск, ул. П.И. Шувалова, д. 1).

При необходимости рабочая программа дисциплины (модуля) может быть адаптирована для обеспечения образовательного процесса инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, в том числе для обучения с применением дистанционных образовательных технологий. Для этого требуется заявление студента (его законного представителя) и заключение психологомедико-педагогической комиссии (ПМПК).

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Воткинский филиал
Федерального государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего образования
«Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова»
(ВФ ФГБОУ ВО «ИжГТУ имени М.Т. Калашникова»)**

**Оценочные средства
по дисциплине**

Математический анализ

направление 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»

профиль «Автоматизированные системы обработки информации и управления»

уровень образования: бакалавриат

форма обучения: очная

общая трудоемкость дисциплины составляет: 5 зачетных единиц(ы)

1. Оценочные средства

Оценивание формирования компетенций производится на основе результатов обучения, приведенных в п. 2 рабочей программы и ФОС. Связь разделов компетенций, индикаторов и форм контроля (текущего и промежуточного) указаны в таблице 4.2 рабочей программы дисциплины.

Оценочные средства соотнесены с результатами обучения по дисциплине и индикаторами достижения компетенций, представлены ниже.

№ п/п	Коды компетенции и индикаторов	Результат обучения (знания, умения и навыки)	Формы текущего и промежуточного контроля
1	ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности: ОПК-1.1. Знать: основы математики, физики, вычислительной техники и Программирования ОПК-1.2. Уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования. ОПК-1.3. Владеть: навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности	Знания: - Знать основы математического анализа. Умения: - Использовать методы и средства математического анализа для решения различных задач прикладного характера; - Использовать методы математического анализа при изучении дисциплин математического, естественнонаучного и профессионального цикла; Навыки: - Владеть навыками использования математического аппарата для моделирования и исследования технических задач.	Типовой расчет Контрольная работа Экзамен Самостоятельная работа

Описание элементов для оценивания формирования компетенций

Наименование: контрольная работа

Представление в ФОС: набор вариантов заданий

Варианты заданий:

Первый семестр:

Контрольная работа № 1

"Дифференцирование"

Вариант № 1.

1. Найти y' , если:

1) $y = \frac{2^{-x} \cos \pi x}{\sin(x^2 + 1)}$;

2) $y = 10^{\arctg^3 x}$;

3) $y = \ln \operatorname{ctg} \frac{x+1}{x}$.

2. Записать dy , если $y = (x^4 + 2x + 8)^{\sqrt{x}}$.

3. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\arcsin 0,5011$.

4. По определению найти $f'(0)$, если

$$f(x) = \begin{cases} \ln(1 - \cos x) + x^2 \cos \frac{1}{x}, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

5. Доказать, что функция $y = \operatorname{arccotg} \sqrt{\operatorname{tg}^2 x + C}$ при $\forall C$ ($C = \text{const}$) удовлетворяет уравнению

$$y' = -\frac{\sin x \sin^3 y}{\cos^3 x \cos y}.$$

Контрольная работа № 2 "Интегралы" Вариант № 1. 1.

1. Найти интегралы:

1) $\int \frac{\cos x}{\sqrt{\sin^2 x + 4}} dx;$

2) $\int \frac{e^x dx}{1 + e^x};$

3) $\int \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}.$

2. Вычислить определенные интегралы

1) $\int_0^{2\pi} (1 - 8x^2) \cos 4x dx;$

2) $\int_3^5 \sqrt{\frac{2-x}{x-6}} dx;$

3) $\int_0^4 \sqrt{16 - x^2} dx.$

Критерии оценки: Приведены в разделе 2

Наименование: защита типового расчета

Представление в ФОС: набор вариантов заданий

Варианты заданий:

Первый семестр

Типовой расчет № 1

«Пределы»

Вариант № 1

1. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ (указать $N(\varepsilon)$).

1.1. $a_n = \frac{3n-2}{2n-1}, \quad a = \frac{3}{2}.$

2. Вычислить пределы числовых последовательностей.

2.1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^2 + (3+n)^2}{(3-n)^2 - (3+n)^2}.$

3. Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.1. \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1} \right).$$

4. Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$4.1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n-1} \right)^n.$$

5. Доказать, что функция $f(x)$ непрерывна в точке x_0 (найти $\delta(\varepsilon)$).

$$5.1. f(x) = 5x^2 - 1, \quad x_0 = 6.$$

6. Вычислить пределы функций.

$$6.1. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}.$$

7. Вычислить пределы функций.

$$7.1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 4x}.$$

8. Вычислить пределы функций.

$$8.1. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{2^{\cos^2 x} - 1}{\ln \sin x}.$$

9. Вычислить пределы функций.

$$9.1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^{2x} - 5^{3x}}{2x - \operatorname{arctg} 3x}.$$

10. Вычислить пределы функций.

$$10.1. \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \ln(1 + x^3) \right)^{3/(x^2 \arcsin x)}.$$

11. Вычислить пределы функций.

$$11.1. \lim_{x \rightarrow e} \left(\frac{\ln x - 1}{x - e} \right)^{\sin \frac{\pi}{2e} x}.$$

Типовой расчет № 2
«Дифференцирование»
 Вариант № 1

1. Исходя из определения производной, найти $f'(0)$.

$$1.1. f(x) = \begin{cases} \operatorname{tg} \left(x^3 + x^2 \sin \frac{2}{x} \right), & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

2. Составить уравнение нормали (в вариантах 2.1 – 2.12) или уравнение касательной (в вариантах 2.13 – 2.31) к данной кривой в точке с абсциссой x_0 .

$$2.1. y = (4x - x^2)/4, \quad x_0 = 2.$$

3. Найти дифференциал dy .

3.1. $y = x \arcsin(1/x) + \ln|x + \sqrt{x^2 - 1}|, \quad x > 0.$

4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

4.1. $y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 7,76.$

5. Найти производную.

5.1. $y = \frac{2(3x^3 + 4x^2 - x - 2)}{15\sqrt{1+x}}.$

6. Найти производную.

6.1. $y = x - \ln(2 + e^x + 2\sqrt{e^{2x} + e^x + 1}).$

7. Найти производную.

7.1. $y = \sin \sqrt{3} + \frac{1 \sin^2 3x}{3 \cos 6x}.$

8. Найти производную.

8.1. $y = (\operatorname{arctg} x)^{(1/2) \ln(\operatorname{arctg} x)}.$

9. Найти производную.

9.1. $y = \frac{1}{24}(x^2 + 8)\sqrt{x^2 - 4} + \frac{x^2}{16} \arcsin \frac{2}{x}, \quad x > 0.$

10. Найти производную y'_x .

10.1.
$$\begin{cases} x = \frac{3t^2 + 1}{3t^3}, \\ y = \sin\left(\frac{t^3}{3} + t\right). \end{cases}$$

11. Найти производную указанного порядка.

11.1. $y = (2x^2 - 7) \ln(x - 1), \quad y'' = ?$

12. Найти производную второго порядка y''_{xx} от функции, заданной параметрически.

12.1.
$$\begin{cases} x = \cos 2t, \\ y = 2 \sec^2 t. \end{cases}$$

13. Показать, что функция y удовлетворяет уравнению (1).

13.1.
$$y = x e^{-x^2/2},$$

$$xy' = (1 - x^2)y. \quad (1)$$

Критерии оценки:

Приведены в разделе 2

Наименование: самостоятельная работа по теме

Представление в ФОС: набор вариантов заданий

Варианты заданий:

1. Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{(e^{\sin x} - 1) \cos \frac{1}{x} + 4 \cos x}$.
2. Вычислить $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{(x - \pi)^4}$.
3. Найти асимптоты и построить график функции $y = \frac{3x^2 - 10}{3 - 2x}$.
4. Найти наибольшее и наименьшее значения производной по направлению функции $f(x, y) = 3x^2 - 6xy + y^2$ в точке $M_0\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$.
5. Разложить по формуле Тейлора функцию $f(x, y) = -x^2 + 2xy + 3y^2 - 6x - 2y - 4$ в окрестности точки $(-2; 1)$.

Критерии оценки:

Приведены в разделе 2

Наименование: экзамен

Представление в ФОС: перечень вопросов **Перечень вопросов для проведения экзамена:**

ТЕМА 1. Введение в математический анализ.

1. Аксиомы множества действительных чисел (ф). Расширенное множество действительных чисел. Сечения множества действительных чисел (о). Свойства сечений множества действительных чисел.
 2. Промежутки. ε - окрестность точки. Проколота окрестность. Лемма о существовании двух непересекающихся окрестностей у двух различных точек расширенной числовой прямой (д).
 3. Ограниченные и неограниченные числовые множества. Точная верхняя (нижняя) грани числового множества (о. в арифметической форме в том числе). Теорема о существовании точной верхней (нижней) грани числового множества (ф).
 4. Свойство Архимеда (ф, д).
 5. Система вложенных отрезков (о). Лемма о вложенных отрезках (ф, д).
 6. Числовая последовательность (о). Предел числовой последовательности (о) и его геометрическая интерпретация. Сходящиеся (расходящиеся) последовательности (о).
 7. Свойства сходящихся последовательностей (ф, д).
 8. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности (о). Связь между б.б. и б.м. последовательностями (две теоремы, ф, д).
 9. Свойства б.м. последовательностей (ф, д).
 10. Монотонные последовательности. Теоремы существования предела последовательности (ф).
 11. Второй замечательный предел и его следствия.
 12. Понятие подпоследовательности. Теорема Больцано- Вейерштрасса (ф, д).
 13. Фундаментальная последовательность (о). Критерий Коши (д).
 14. Функция (о). График функции. Область определения и область значений функции. Четные (нечетные) функции. Период функции. Основные элементарные функции. Суперпозиция функций.
- Элементарные функции. Примеры функций, которые не являются элементарными.
15. Предел функции в точке по Коши и по Гейне (о).
 16. Односторонние пределы (о). Теорема, связывающая односторонние пределы функции в точке с существованием предела функции в точке (ф, д).

17. Теорема о замене переменной для предела функции (ф).
18. Бесконечно малые и бесконечно большие функции (о) и связь между ними. Свойства б.м. функций (ф, д).
19. Сравнение б.м. функций. Эквивалентные б.м. функции (о) и их свойства (ф, д).
20. Теоремы существования предела функции (ф).
21. Непрерывность функции в точке (о). Точки разрыва. Классификация точек разрыва функции.
22. Свойства функций, непрерывных в точке (ф, д).
23. Теорема о непрерывности сложной функции (ф, д).
24. Необходимое и достаточное условия непрерывности функции в точке (ф, д).
25. Первый замечательный предел и его следствия.
26. Свойства функций, непрерывных на отрезке (формулировка четырех теорем).

ТЕМА 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.

1. Производная (о), ее геометрический и механический смысл. Уравнения касательной и нормали к графику функции в точке.
2. Правила дифференцирования и таблица производных основных элементарных функций. 3. Дифференцируемость функции в точке (о). Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции в точке (ф, д).
4. Дифференциал функции (о, формула, геометрический и механический смысл). Применение дифференциала к приближенным вычислениям.
5. Производная сложной функции (ф, д).
6. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Логарифмическое дифференцирование.
7. Теорема существования обратной функции (ф). Теорема о дифференцировании обратной функции (ф, д).
8. Производные и дифференциалы высших порядков (о). Производная порядка n некоторых элементарных функций (e^x , $\ln(1+x)$, $\sin(x)$, $\cos(x)$, $(1 \pm x)^{\pm 1}$).
9. Формула Лейбница для нахождения $(u(x)v(x))^{(n)}$.
10. Теоремы о среднем (ф, д): Ролля, Лагранжа, Коши.
11. Правила Лопиталя (ф, д): четыре теоремы.
12. Формула Тейлора-Маклорена. Запись остаточного члена в форме Пеано и форме Лагранжа.
13. Разложение функций e^x , $\ln(1+x)$, $\sin(x)$, $\cos(x)$, $(1 \pm x)^{\pm 1}$ по формуле Маклорена. **ТЕМА 3.**

Исследование с помощью производных.

1. Монотонность функций (о). Экстремум функции (о). Необходимые и достаточные условия (по первой производной) существования экстремума функции.
2. Исследование функции на экстремум по n -ой ($n \geq 2$) производной.
3. Выпуклость (вогнутость) графика функции (о). Достаточное условие строгой выпуклости (вогнутости) графика функции (ф, д).
4. Точка перегиба (о). Необходимые и достаточные условия точки перегиба (ф, д).
5. Асимптота графика функции (о). Вертикальные и наклонные асимптоты.
6. План полного исследования функций и построения их графиков. **ТЕМА 4. Неопределенный интеграл.**

1. Первообразная (о). Две теоремы о первообразных функциях (ф, д).
2. Неопределенный интеграл (о). Свойства неопределенного интеграла. Табличные интегралы.
3. Теорема о замене переменной в неопределенном интеграле (ф, д).
4. Формула интегрирования по частям (д).

5. Вывод рекуррентных формул с помощью формулы интегрирования по частям.
6. Элементарные дроби и их интегрирование.
7. Интегрирование рациональных дробей.
8. Интегрирование простейших иррациональностей.
9. Теорема Чебышева (ф) и ее применение.
10. Интегрирование выражений, содержащих $\sin(x)$ и $\cos(x)$.
11. Тригонометрические подстановки. 12*. Подстановки Эйлера.
- 13*. Метод Остроградского.

14. Понятие о «неберущихся» интегралах. **ТЕМА**

5. Определенный интеграл.

1. Интеграл по Риману (о). Ограниченность интегрируемой функции.
2. Верхние (нижние) суммы Дарбу и их свойства (ф, д).
3. Теоремы существования определенного интеграла (ф, д).
4. Свойства определенного интеграла (ф, д).
5. Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства (ф, д). Формула Ньютона-Лейбница (д).
6. Теорема о замене переменной в определенном интеграле (ф, д).
7. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
8. Приложения определенного интеграла: вычисление площадей, длин дуг, объемов тел по поперечным сечениям и вычисление объемов тел. **ТЕМА 6. Функции нескольких переменных.**
1. Линейное пространство (о, пр).
2. Евклидово пространство (о, пр). Неравенство Коши- Буняковского (д).
3. Метрическое пространство (о). Норма вектора и ее свойства. Угол между элементами. Расстояние между двумя элементами $\rho(x,y)$ и его свойства.
4. Элементы n -ой геометрии (прямая, отрезок, кривая, непрерывная кривая, плоскость, гиперповерхность, сфера в E_n).
5. Множества точек в E_n (окрестность точки в E_n , внутренние и граничные точки, граница множества, связное множество, область, ограниченное замкнутое множество).
6. Последовательность точек в пространстве E_n . Сходящиеся последовательности (о). Теорема о покоординатной сходимости (ф, д). Свойства сходящихся последовательностей в пространстве E_n (ф).
7. Ф.н.п. (определение, область определения и изменения ф.н.п., график и множество уровня ф.н.п.).
8. Предел ф.н.п. в точке (о). Теоремы о пределах (ф, д).
9. Непрерывность ф.н.п. в точке. Четыре теоремы о ф.н.п., непрерывных в точке (ф, д).
10. Непрерывность ф.н.п на множестве. Теорема Коши (ф) и теоремы Вейерштрасса (ф).
11. Бесконечно большие и бесконечно малые ф.н.п. (о).
12. Техника нахождения пределов ф.н.п. (решение примеров).
13. Повторные пределы (пр).
14. Предел ф.н.п. по множеству и на неопределенном множестве.
15. Частные производные ф.н.п. (о, геометрический смысл).
16. Дифференцируемость ф.н.п. (о). Необходимые и достаточные условия дифференцируемости ф.н.п. (ф, д).
17. Дифференциал ф.н.п. (о, свойства, геометрический смысл, применение к приближенным вычислениям).
18. Дифференцирование сложных ф.н.п. (ф, д).

19. Производные и дифференциалы ф.н.п. высших порядков (о). Теорема о независимости частных смешанных производных одинакового порядка от порядка дифференцирования.
20. Формула Тейлора для ф.н.п. (вывод).
21. Экстремум ф.н.п. (о, необходимые и достаточные условия экстремума ф.н.п. (ф, д)).
22. Производная по направлению и градиент. Связь между ними. Свойства градиента (ф, д).
23. Касательная плоскость и нормаль поверхности.
24. неявные функции и их дифференцирование (случаи: одним уравнением и системой ф. теорем).
25. Условный экстремум ф.н.п.. Функция Лагранжа (метод неопределенных множителей Лагранжа).

Критерии оценки: Приведены в разделе 2

2. Критерии и шкалы оценивания

Для контрольных мероприятий (текущего контроля) устанавливается минимальное и максимальное количество баллов в соответствии с таблицей. Контрольное мероприятие считается пройденным успешно при условии набора количества баллов не ниже минимального.

Результат обучения по дисциплине считается достигнутым при успешном прохождении обучающимся всех контрольных мероприятий, относящихся к данному результату обучения.

Разделы дисциплины	Форма контроля	Количество баллов	
		min	max
Введение в математический анализ	Типовой расчет	10	20
Дифференциальное исчисление функции одной переменной	Типовой расчет Контрольная работа	15	30
Исследование с помощью производных	Контрольная работа	10	20
Неопределенный интеграл	Контрольная работа	5	10
Определенный интеграл	Контрольная работа	5	10
Функции нескольких переменных. Элементы теории функций и функционального анализа.	Самостоятельная работа по теме	5	10

При оценивании результатов обучения по дисциплине в ходе текущего контроля успеваемости используются следующие критерии. Минимальное количество баллов выставляется обучающемуся при выполнении всех показателей, допускаются несущественные неточности в изложении и оформлении материала.

Наименование, обозначение	Показатели выставления минимального количества баллов
---------------------------	---

Типовой расчет	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продemonстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий. На защите типового расчета даны правильные ответы не менее чем на 50% заданных вопросов
Самостоятельная работа по теме	Самостоятельная работа выполнена в полном объеме; Представлен отчет, содержащий необходимые расчеты, выводы, оформленный в соответствии с установленными требованиями; Продemonстрирован удовлетворительный уровень владения материалом.
Контрольная работа	Продemonстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Правильно решено не менее 50% заданий

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме экзамена.

Итоговая оценка по дисциплине может быть выставлена на основе результатов текущего контроля с использованием следующей шкалы:

<i>Оценка</i>	<i>Набрано баллов</i>
«отлично»	90-100
«хорошо»	75-89
«удовлетворительно»	60-74
«неудовлетворительно»	<60

Билет к экзамену включает 3 теоретических вопроса и 5 практических заданий (задач).

Промежуточная аттестация проводится в форме письменной работы.

Время на подготовку: 90 минут.

При оценивании результатов обучения по дисциплине в ходе промежуточной аттестации используются следующие критерии и шкала оценки:

<i>Оценка</i>	<i>Критерии оценки</i>
«отлично»	Обучающийся показал всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, предусмотренного программой, умение уверенно применять на их практике при решении задач (выполнении заданий), способность полно, правильно и аргументировано отвечать на вопросы и делать необходимые выводы. Свободно использует основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой
«хорошо»	Обучающийся показал полное знание теоретического материала, владение основной литературой, рекомендованной в программе, умение самостоятельно решать задачи (выполнять задания), способность аргументировано отвечать на вопросы и делать необходимые выводы, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя. Способен к самостоятельному пополнению и обновлению знаний в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности

«удовлетворительно»	Обучающийся демонстрирует неполное или фрагментарное знание основного учебного материала, допускает существенные ошибки в его изложении, испытывает затруднения и допускает ошибки при выполнении заданий (решении задач), выполняет задание при подсказке преподавателя, затрудняется в формулировке выводов. Владеет знанием основных разделов, необходимых для дальнейшего обучения, знаком с основной и дополнительной литературой, рекомендованной программой
«неудовлетворительно»	Обучающийся при ответе демонстрирует существенные пробелы в знаниях основного учебного материала, допускает грубые ошибки в формулировании основных понятий и при решении типовых задач (при выполнении типовых заданий), не способен ответить на наводящие вопросы преподавателя. Оценка ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании образовательного учреждения без дополнительных занятий по рассматриваемой дисциплине